ガウスビーム(2)

波多腰玄一

1　はじめに

前章ではエルミート-ガウスビーム，ガウスビームのビーム径，ビーム広がり角について解説した。今回は，円柱座標系で変数分離した場合に得られるラゲール-ガウスモードの解，レンズによるガウスビームの変換などについて述べる。

2　エルミート-ガウスビームとラゲール-ガウスビーム

z方向に進む光波の電界Eを

$$E = Af(x, y, z)\exp(-ikz + i\omega t) \tag{1}$$

とおいた場合，前章で述べたように，以下の近軸のヘルムホルツ方程式を解くことによって，エルミート-ガウスビームの解が得られた。

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2ik\frac{\partial f}{\partial z} \tag{2}$$

今回はまずこのエルミート-ガウスビームについて復習し，円柱座標系によるラゲール-ガウスビームの式を紹介する。

(1)エルミート-ガウスビーム

式(1)を以下のように変数分離する。

$$E(x, y, z, t) = Af_x(x, z)f_y(y, z)\exp(i\omega t - ikz) \tag{3}$$

$f_x(x, z)$と$f_y(y, z)$は同様の式なので，以下では$f_x(x, z)$についてのみ式を再掲する。またここではビームウェストのz座標は$z_{0x}=0$とする。

$$f_x(x,z) = \sqrt{\frac{w_{0x}}{w_x(z)}}H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_x(z)}\right) \times\exp\left[-\frac{x^2}{\{w_x(z)\}^2} - i\frac{kx^2}{2R_x(z)} + i\varphi_m(z)\right] \tag{4}$$

$$w_x(z) = w_{0x}\sqrt{1 + z^2/{z_{Rx}}^2} \tag{5}$$

$$R_x(z) = z(1 + {z_{Rx}}^2/z^2) \tag{6}$$

$$z_{Rx} = k{w_{0x}}^2/2 = \pi {w_{0x}}^2/\lambda \tag{7}$$

$$\varphi_m(z) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_{Rx}}\right) \tag{8}$$

ここで$q_x(z)$を以下のように定義する[1)]。

$$\frac{1}{q_x(z)} \equiv \frac{1}{R_x(z)} - i\frac{2}{k\{w_x(z)\}^2} \tag{9}$$

この$q_x(z)$は後で光線行列によるガウスビームの変換の際に用いられる。式(9)を用いると式(4)は

$$f_x(x,z) = \sqrt{\frac{w_{0x}}{w_x(z)}}H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_x(z)}\right) \times\exp\left[-i\frac{kx^2}{2q_x(z)} + i\varphi_m(z)\right] \tag{10}$$