ガウスビーム(1)

波多腰玄一

1 はじめに

第1回～第3回の光の伝搬では，平面波，円筒波，球面波について述べた。今回はガウスビームを取り上げる。実際の光学系でのビームは必ずしもガウスビームではないが，近似としてよく用いられる。最初に一般のエルミート-ガウスビームについて述べ，ガウスビームのビーム径，ビーム広がり角などについて紹介する。

2 エルミート-ガウスビーム

(1)エルミート-ガウスビームの式

z方向に進む光波の電界を

$$E = Af(x,y,z)\exp(-ikz+i\omega t) \tag{1}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{\mathrm{r}} \tag{2}$$

とおく。ここでλ_0，λは真空および媒質における波長，n_{r}は媒質の屈折率である。式(1)をマクスウェル方程式から導かれる波動方程式に代入すると，$f(x, y, z)$に対して以下の式が得られる。

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2ik\frac{\partial f}{\partial z} \tag{3}$$

この式は，$(\partial^2 f/\partial z^2) << k(\partial f/\partial z)$として$\partial^2 f/\partial z^2$の項を省略した近軸のヘルムホルツ方程式である。これを直交座標系で変数分離するとエルミート-ガウスモード，円柱座標系で変数分離するとラゲール-ガウスモード，楕円座標系で変数分離するとインス-ガウスモードの解がそれぞれ得られる。

式(1)で$f(x, y, z)=f_x(x, z)f_y(y, z)$と置いた場合のエルミート-ガウスビームの解を以下に示す[1, 2) †1]。

$$E(x,y,z) = Af_x(x,z)f_y(y,z)\exp(i\omega t - ikz) \tag{4}$$

$$f_x(x,z) = \sqrt{\frac{w_{0x}}{w_x(z-z_{0x})}} H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_x(z-z_{0x})}\right) \times \exp\left[-\frac{x^2}{\{w_x(z-z_{0x})\}^2} - i\frac{kx^2}{2R_x(z-z_{0x})} + i\phi_m(z)\right] \tag{5a}$$

$$f_y(y,z) = \sqrt{\frac{w_{0y}}{w_y(z-z_{0y})}} H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w_y(z-z_{0y})}\right) \times \exp\left[-\frac{y^2}{\{w_y(z-z_{0y})\}^2} - i\frac{ky^2}{2R_y(z-z_{0y})} + i\phi_n(z)\right] \tag{5b}$$

ここで，$H_m(\xi)$はm次のエルミート多項式である（**表1**）。いわゆるガウスビームは，基本モード（$m=n=0$）のエルミート-ガウスビームのことである。

式(5)において，z_{0x}，z_{0y}はx方向およびy方向でビーム径が最も小さくなるビームウェストのz座標である。また$w_x(z)$，$w_y(z)$はzにおけるx方向およびy方向のビーム半径（ただし$m=n=0$の場合のビーム半径で，後述するように，高次モードではビーム半径はこの値ではない），$R_x(z)$，$R_y(z)$はx方向およびy方向の波面の曲率半径で，

†1 式(4)，(5)を式(3)に代入することにより，解であることが確認できる。この過程は結構大変であるが，丹念に式変形をしてみると式(3)が成立することがわかる。