屈折率(1)

波多腰玄一

1 はじめに

前回，屈折率の異なる媒質界面での反射と屈折に関するシミュレーション例を紹介した。このような計算を行う際には，各媒質の屈折率の値が必要になる。そもそも屈折率はどのように決まっているのだろうか。それはシミュレーションで計算できるものだろうか。今回はこの屈折率について，そのモデルや屈折率を計算するための近似式について述べる。

2 屈折率とは

マクスウェル方程式から出発すると，媒質の屈折率n_rは誘電率ε，透磁率μを用いて次式で表される。

$$n_\mathrm{r} = \sqrt{\varepsilon_\mathrm{r}\mu_\mathrm{r}} = \sqrt{\varepsilon\mu/(\varepsilon_0\mu_0)} \tag{1}$$

ここで，ε_0，μ_0は真空の誘電率と透磁率，ε_r，μ_rはそれを基準にした比誘電率および比透磁率である。

第1章でも述べたように，電束密度$\boldsymbol{D}$と電界$\boldsymbol{E}$，磁束密度$\boldsymbol{B}$と磁界$\boldsymbol{H}$が，それぞれε，μを用いて以下の関係で結ばれている。

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H} \tag{3}$$

式(2)は電界に対する媒質の巨視的な応答を表しており，その度合いが誘電率εとして定義されていることを示している。同様に式(3)は磁界に対する媒質の巨視的な応答を表していて，その度合いが透磁率μである。

誘電体中の電子は原子に束縛されているので，その場合の式(2)は束縛電子の巨視的な応答を表していることになる。真空中での電束密度は$\varepsilon_0\boldsymbol{E}$であるが，誘電体があることによって式(2)の$\boldsymbol{D}$となる。両者の差が（誘電）分極$\boldsymbol{P}$として定義される[1, 2]。すなわち，

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{D} - \varepsilon_0\boldsymbol{E} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\boldsymbol{E} \tag{4}$$

分極は電界によって誘起された電気双極子の密度である。電界に対して誘起される分極の大きさの度合いは電気感受率χとして以下のように定義される。

$$\boldsymbol{P} = \chi\varepsilon_0\boldsymbol{E} \tag{5}$$

式(4)，(5)より

$$\boldsymbol{D} = (1+\chi)\varepsilon_0\boldsymbol{E} \tag{6}$$

なので，比誘電率ε_rは

$$\varepsilon_\mathrm{r} = 1 + \chi \tag{7}$$

となる。

以上は原子に束縛された電子の応答を表しているが，金属などにおける伝導電子の応答はよく知られているオームの法則により，

$$\boldsymbol{J} = \sigma\boldsymbol{E} \tag{8}$$

で表される。ここで$\boldsymbol{J}$は電流密度，σは導電率（電気伝導率）である。