光の伝搬(1)

波多腰玄一

1 はじめに

光エレクトロニクス[1]が関わる様々な分野でシミュレーション技術は重要な役割を果たしている。本連載では，いろいろなシミュレーションについて，その基になる物理モデルの概略と簡単なシミュレーション例を紹介していく。また実際にシミュレーションの動作をみることができるように，表計算レベルでできる計算例を紹介する。第1回は光の伝搬の基礎として，平面波を取り上げる。

2 電磁波とマクスウェル方程式

光は電磁波であるから，まず電磁波の基本となるマクスウェル方程式[2〜4]から始めよう。電磁波の電界$\boldsymbol{E}$と磁界$\boldsymbol{H}$は以下のマクスウェル方程式の解として与えられる。

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\tag{1}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{j}+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}\tag{2}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho\tag{3}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0\tag{4}$$

ここで$\boldsymbol{j}$は電流密度，ρは電荷密度である。また$\boldsymbol{D}$は電束密度，$\boldsymbol{B}$は磁束密度で，$\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{H}$との関係は，誘電率ε，透磁率μを用いて

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}\tag{5}$$

$$\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}\tag{6}$$

で与えられる。

まず$\boldsymbol{j}=\boldsymbol{0}$，$\rho=0$の場合を考えると，式(1)〜(4)より以下の波動方程式が得られる。

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0\tag{7}$$

$$\nabla^2\boldsymbol{H}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{H}}{\partial t^2}=0\tag{8}$$

正弦波は式(7)あるいは式(8)の解である。光（電磁波）の角周波数をωとすると，

$$\begin{aligned}E=\cos(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t),\ \sin(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t),\\ \exp(\pm i[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t])\end{aligned}\tag{9}$$

はいずれも式(7)の解である。上式中の$\boldsymbol{k}$は波数ベクトルで，式(7)より

$$k\equiv|\boldsymbol{k}|=\omega\sqrt{\varepsilon\mu}\tag{10}$$

である。また式(9)から，電磁波の進む速度uは

$$u=\omega/k=1/\sqrt{\varepsilon\mu}\tag{11}$$

で与えられる。真空中では